වර්ග ශ්‍රිත
(වර්ග y තානාංක)

y තානාංක (ශ්‍රිත)	සමීකරණ
ax^2+bx+c	$ax^2+bx+c=0$
$f(x)$	$f(x)=0$
$f(x)>0$	$g(x)+4=x$
$3\cos x+\sin x$	

* වර්ග y තානාංකයක පරමාදර්ශ ආකාරය

ax^2+bx+c

මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$

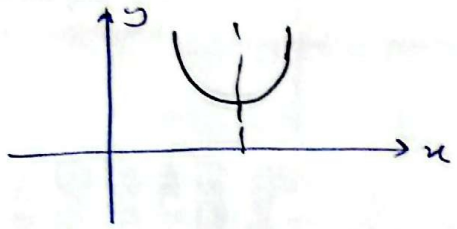
$a \neq 0$

* වර්ග ශ්‍රිතවල ලක්ෂණ

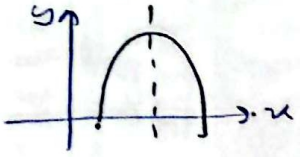
(I) වර්ග ශ්‍රිතයක y අක්ෂය වටා සමමිතික ආකාරයක් වේ.

x^2 හි සංගුණකය + හෝ − මත අනුව පරාබෝලා වක්‍රයන්ගේ රූපයන් ලැබෙයි.

(i) $a>0$ නම්;
වර්ග ශ්‍රිතයේ වක්‍රය අවතල;



(ii) $a<0$ නම්;
වර්ග ශ්‍රිතයේ වක්‍රය උත්තල



(II) වර්ග ශ්‍රිතයක උච්චතමයන් අවමයන් යෙදීමට එය වර්ගපූර්ණ ආකාරයට y අක්ෂය = 0 නම් කළ යුතුය.

උදා: (1) $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$,
$f(x) = ax^2+bx+c$ නම්,
$f(x)$ හි අවම අගය සොයන්න.

$f(x) = a\left[x^2+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a}\right]$

$f(x) = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right]$

$f(x) = a\left[\underbrace{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}_{\geq 0}-\frac{(b^2-4ac)}{4a^2}\right]$

$f(x)$ අවම $= a\left[-\frac{(b^2-4ac)}{4a^2}\right]$

$= -\frac{(b^2-4ac)}{4a}$

උදා: (2) $f(x) = x^2+2bx+2c^2$
$g(x) = -x^2-2(x+b)^2$

$f(x)$ අවම අගය $> g(x)$ උපරිම අගය නම් $c^2 > 2b^2$ බව පෙන්වන්න

$f(x) = (x+b)^2-b^2+2c^2$

$= \underbrace{(x+b)^2}_{\geq 0}-(b^2-2c^2)$

$f(x)$ අවම $= -(b^2-2c^2)$

$g(x) = -x^2-2(x+b)^2$

$= -(x^2+2cx-b^2)$

$= -(\underbrace{(x+c)^2}_{\geq 0}-(c^2+b^2))$

$g(x)$ උපරිම (c^2+b^2)

$-(b^2-2c^2) > c^2+b^2$

$b^2-2c^2 < -c^2-b^2$

$2b^2 < c^2$

$f(x)$ අවම වන්නේ x,

$(x+b) = 0$

$x = -b$

$g(x)$ උපරිම x,

$(x+c) = 0$

$x = -c$

* වර්ගජ ශ්‍රිතයක ලක්ෂණ

$y = ax^2 + bx + c$

වර්ගපූර්ණය

$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$

$\downarrow$

$y = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$

$\boxed{01}$ x^2 සංගුණකය > 0 $(a > 0)$ වන අවස්ථා.

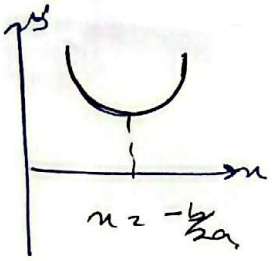
1) $a > 0$ හා $\Delta < 0$ වන විට

$$y = a\Big[\underbrace{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2}_{\geq 0} - \underbrace{\frac{\Delta}{4a^2}}_{\substack{>0 \\ \geq 0}}\Big]$$

$\underbrace{\quad}_{>0}$

$\underbrace{\quad}_{>0}$

$y > 0$



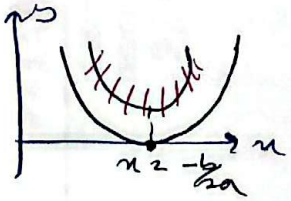
2) $a > 0$ හා $\Delta = 0$ වන විට

$$y = a\Big[\underbrace{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2}_{\geq 0} - \underbrace{\frac{\Delta}{4a^2}}_{\substack{=0 \\ \geq 0}}\Big]$$

$\underbrace{\quad}_{>0}$

$\underbrace{\quad}_{\geq 0}$

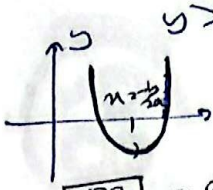
$y \geq 0$



3) $a > 0$ හා $\Delta > 0$ වන විට

$$y = a\Big[\underbrace{(\quad)^2}_{\geq 0} - \underbrace{\frac{\Delta}{4a^2}}_{>0}\Big]$$

$y > 0$ හෝ $y < 0$ හෝ $y = 0$ විය හැකි



කෙරෙහි කිවහොත්

$\boxed{02}$ x^2 සංගුණකය < 0 $(a < 0)$ වන අවස්ථා

4) $a < 0$ හා $\Delta < 0$ වන විට

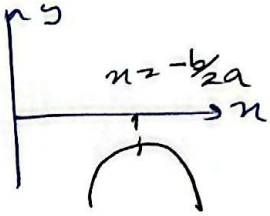
$$y = a\Big[\underbrace{(\quad)^2}_{\geq 0} - \underbrace{\frac{\Delta}{4a^2}}_{<0}\Big]$$

$\underbrace{\quad}_{<0}$

$\underbrace{\quad}_{>0}$

$\underbrace{\quad}_{<0}$

$y < 0$



5) $a < 0$ හා $\Delta = 0$ වන විට

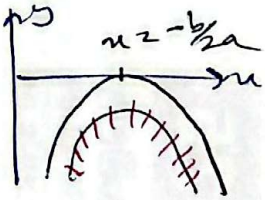
$$y = a\Big[\underbrace{(\quad)^2}_{\geq 0} - \underbrace{\frac{\Delta}{4a^2}}_{=0}\Big]$$

$\underbrace{\quad}_{<0}$

$\underbrace{\quad}_{\geq 0}$

$\underbrace{\quad}_{\leq 0}$

$y \leq 0$



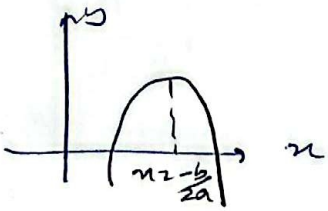
6) $a < 0$ හා $\Delta > 0$ වන විට

$$y = a\Big[\underbrace{(\quad)^2}_{\geq 0} - \underbrace{\frac{\Delta}{4a^2}}_{>0}\Big]$$

$\underbrace{\quad}_{<0}$

$y > 0$ හෝ $y < 0$ හෝ $y = 0$ විය හැකි

කෙරෙහි කිවහොත්



* වර්ගජ ශ්‍රිතවලදී කියන්නේ කුමක්ද?

① $y = ax^2 + bx + c$

1) $a > 0$ නම්,
වර්ගජ ශ්‍රිතය ඌර්ධගත වේ

2) $a < 0$ නම්
වර්ගජ ශ්‍රිතය අධෝගත වේ

3) වර්ගජ ශ්‍රිතය
ඌර්ධ, අධෝ දෙකටම
ශ්‍රිතය වර්ග පූර්ණයක්
පූර්ණ වර්ගය 0 නම්.

② 1) වර්ගජ ශ්‍රිතය > 0 වීමට;
x^2 සංගුණකය > 0 හා $\Delta < 0$

2) වර්ගජ ශ්‍රිතය < 0 වීමට;
x^2 සංගුණකය < 0 හා $\Delta < 0$

3) වර්ගජ ශ්‍රිතය ≥ 0 වීමට;
x^2 සංගුණකය > 0 හා $\Delta \leq 0$

4) වර්ගජ ශ්‍රිතය ≤ 0 වීමට
x^2 සංගුණකය < 0 හා $\Delta \leq 0$

③ වර්ගජ ශ්‍රිතයේ ලක්ෂණ පැලකිය හැකි වේ;

1) x අක්ෂය ඡේදනය කිරීම
$\Delta \geq 0$

2) x අක්ෂය ඉහලින් ඡේදනය කිරීම
$a > 0$ හා $\Delta \geq 0$

3) x අක්ෂය යටින් ඡේදනය කිරීම
$a < 0$ හා $\Delta \geq 0$

4) x අක්ෂය තමා සමග කපා
$\Delta > 0$

5) x අක්ෂය තමන් සමග
ඡේදනය නොකිරීම (ඉහලින්/යටින්)
$\Delta < 0$

2. ගැටළු

① $f(x) = x^2 + 2kx + k + 2$ ලබා

2) $f(x) = (x-a)^2 + b$ ආකාරයට
ලියන්න.

II) $y = f(x)$ වනුයේ;

a) x අක්ෂය ඡේදනය කරන;
k සොයන්න

b) x අක්ෂය ට ඉහලින් පවතින
k අගය සොයන්න

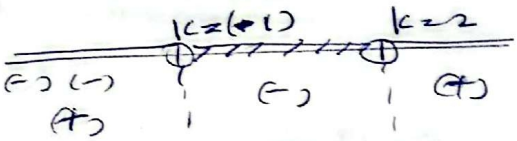
2) $f(x) = (x+k)^2 - (k^2-k-2)$
$a = k,\ b = -(k^2-k-2)$

II) $y = (x+k)^2 - (k^2-k-2)$
$a = 1,\ \Delta = 4k^2 - 4(k+2)$
$= 4k^2 - 4k - 8$

x අක්ෂය ඡේදනය කිරීමට;
$\Delta \geq 0$ විය යුතු
$4k^2 - 4k - 8 \geq 0$
$k^2 - k - 2 \geq 0$
$(k-2)(k+1) \geq 0$
$k = (-1)$ හෝ $k = 2$

x අක්ෂය ට ඉහලින් පවතින
$a > 0$ හා $\Delta < 0$

$k^2 - k - 2 < 0$
$(k-2)(k+1) < 0$



$-1 < k < 2$